

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**Трехгорный технологический институт –**  
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего  
образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»  
**(ТТИ НИЯУ МИФИ)**

**УТВЕРЖДАЮ:**

Директор ТТИ НИЯУ МИФИ

\_\_\_\_\_ / Т.И. Улитина /

«31» августа 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
ЕН.01 МАТЕМАТИКА**

**Специальность:** 11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств

**Квалификация:** специалист по электронным приборам и устройствам

**Форма обучения:** очная

Трехгорный  
2021г.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1 ПАСПОРТ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	3
2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	8
3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ	15
4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	17
5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ	18

# 1. ПАСПОРТ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

## ЕН.01 «МАТЕМАТИКА»

### 1.1. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы:

Учебная дисциплина «МАТЕМАТИКА» является обязательной частью математического и общего естественнонаучного цикла примерной основной образовательной программы в соответствии с ФГОС по специальности 11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств.

Учебная дисциплина «МАТЕМАТИКА» обеспечивает формирование профессиональных и общих компетенций по всем видам деятельности ФГОС по специальности 11.02.16 Монтаж, техническое обслуживание и ремонт электронных приборов и устройств. Особое значение дисциплина имеет при формировании и развитии общих компетенций:

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие;

ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей;

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях;

ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности;

ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках;

ОК 11. Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере.

## 1.2. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины:

В рамках программы учебной дисциплины обучающимися осваиваются умения и знания

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05, ОК06, ОК07, ОК09 ОК10 ОК11	<ul style="list-style-type: none"><li>– выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты;</li><li>– вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ;</li><li>– применять математические методы для решения профессиональных задач;</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>– основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;</li><li>– основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве;</li></ul>

**Задачи воспитания дисциплин естественнонаучного и общепрофессионального циклов**

**Естественнонаучный и общепрофессиональный модули**

<p><b>Профессиональное и трудовое воспитание</b></p>	<p>- формирование глубокого понимания социальной роли профессии, позитивной и активной установки на ценности избранной специальности, ответственного отношения к профессиональной деятельности, труду <b>(В14)</b></p>	<p>1.Использование воспитательного потенциала дисциплин естественнонаучного и общепрофессионального модуля для:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формирования позитивного отношения к получаемой профессии по квалификации программист, техник, специалист по электронным приборам и устройствам, понимания ее социальной значимости и роли в обществе, стремления следовать нормам профессиональной этики посредством контекстного обучения, решения практико-ориентированных ситуационных задач.</li> <li>- формирования устойчивого интереса к профессиональной деятельности, способности критически, самостоятельно мыслить, понимать значимость профессии посредством осознанного выбора тематики проектов, выполнения проектов с последующей публичной презентацией результатов, в том числе обоснованием их социальной и практической значимости;</li> <li>- формирования навыков командной работы, в том числе реализации различных проектных</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1 Организация системы взаимодействия с Молодежным Объединением и Отраслевым центром компетенций ФГУП "Приборостроительный завод им. К.А. Володина", отделом практики ТТИ НИЯУ МИФИ.</li> <li>2. Участие и организация профориентационных мероприятий для школьников 1-11 классов.</li> <li>3. "Дни карьеры ГК «Росатом».</li> <li>4. Цикл мероприятий, посвященных 75-летию атомной промышленности.</li> <li>5. Участие в организации внутривузовского чемпионата WorldSkills.</li> <li>6. Проведение презентаций предприятий, организация встреч работодателей с выпускниками ВО и СПО.</li> <li>7. Семинары-тренинги для выпускников по навыкам поиска работы и трудоустройству</li> </ol>
--	--	--	---

		<p>ролей (лидер, исполнитель, аналитик и пр.) посредством выполнения совместных проектов.</p>	<p>8. Анкетирование выпускников.</p> <p>9. Организация адаптации студентов – практикантов в рамках академической мобильности студентов НИЯУ МИФИ.</p> <p>10. Ежегодный фестиваль для молодежи и школьников горнозаводского края Челябинской области "За техническое образование".</p> <p>11. Церемония награждения студентов "Трудовое лето".</p> <p>12. Организация мероприятий по летней занятости студентов. Работа стройотряда "Импульс".</p> <p>13. Конкурсы профессионального мастерства, стажировки, профессиональные пробы.</p>
	<p>- формирование психологической готовности к профессиональной деятельности по избранной профессии</p>	<p>Использование воспитательного потенциала дисциплин общепрофессионального модуля для:</p> <p>- формирования устойчивого интереса к профессиональной деятельности, потребности в достижении результата, понимания</p>	

	<b>(B15)</b>	функциональных обязанностей и задач избранной профессиональной деятельности, чувства профессиональной ответственности через выполнение учебных, в том числе практических заданий, требующих строгого соблюдения правил техники безопасности и инструкций по работе с оборудованием в рамках лабораторного практикума.	
	- формирование культуры исследовательской и инженерной деятельности <b>(B16)</b>	Использование воспитательного потенциала дисциплин общепрофессионального модуля, для формирования навыков владения эвристическими методами поиска и выбора технических решений в условиях неопределенности через специальные задания (методики ТРИЗ, морфологический анализ, мозговой штурм и др.), через организацию проектной, в том числе самостоятельной работы обучающихся с использованием программных пакетов.	

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

<b>Вид учебной работы</b>	<b>Объем в часах</b>
<b>Объем образовательной программы</b>	<b>96</b>
в том числе:	
теоретическое обучение	<b>28</b>
практические занятия	<b>62</b>
Самостоятельная работа	<b>4</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>2</b>

## 2.2. Тематический план и содержание учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала и формы организации деятельности обучающихся	Объем в часах	Коды компетенций, формированию которых способствует элемент программы	
1	2	3	4	
<b>Раздел 1. Элементы аналитической геометрии</b>				
<b>Тема 1 Векторы.</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>5</b>	ОК01, ОК02, ОК05, ОК7, ОК09, ОК11.	
	1. Определение вектора. Векторы на плоскости и в пространстве. Линейные операции над векторами.			
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>			<b>10</b>
	Практическое занятие № 1. Вычисление скалярного произведения векторов, модуля вектора и угла между векторами. Определение расстояния между точками и координат середины отрезка.			4
	Практическое занятие № 2. Применение векторов для решения геометрических и практических задач.			6
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Решение прикладных задач с использованием векторов.			-
<b>Тема 2 Уравнения</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>3</b>	ОК01, ОК02,	

<b>прямых на плоскости и в пространстве.</b>	1. Виды уравнений прямых на плоскости и в пространстве: уравнение с угловым коэффициентом, общее уравнение, каноническое и параметрическое, уравнение «в отрезках».		ОК03, ОК04, ОК7, ОК10.
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	<b>6</b>	
	Практическое занятие № 3. Определение взаимного расположения прямых и угла между ними, расстояния от точки до прямой.	6	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Составление различных видов уравнений прямых.	-	
<b>Тема 3 Кривые второго порядка</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>3</b>	ОК01, ОК03, ОК05, ОК09, ОК11.
	1. Канонические уравнения кривых второго порядка. Построение кривых второго порядка и вычисление их основных элементов.		
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	-	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Приведение уравнений кривых второго порядка к каноническому виду и их построение.	-	
<b>Раздел 2. Вычисление площадей и объёмов</b>			
<b>Тема 4 Площади плоских фигур и поверхностей тел</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>2</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК06, ОК09
	1. Плоские фигуры и пространственные тела, их основные элементы. Площади плоских фигур и площади поверхности тел.		
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	<b>6</b>	
	Практическое занятие № 4. Расчет площадей строительных конструкций.	6	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	-	

	Решение практических задач на вычисление площадей.		
<b>Тема 5</b> <b>Объёмы тел</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>2</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05, ОК09
	1. Основные формулы для вычисления объёмов пространственных тел.		
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	<b>6</b>	
	Практическое занятие №5. Вычисление объёмов деталей строительных конструкций, определение объема земляных работ.	6	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Решение практических задач на вычисление объёмов тел.	-	
<b>Раздел 3. Дифференциальное и интегральное исчисление</b>			
<b>Тема 6</b> <b>Пределы последовательностей и функций</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>2</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05, ОК06, ОК09
	1. Определение числовой последовательности. Понятие предела последовательности и функции. Основные свойства пределов. Замечательные пределы.		
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	<b>6</b>	
	Практическое занятие № 6. Вычисление пределов последовательностей и функций с применением различных методов. Исследование функции на непрерывность, определение точек разрыва.	6	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Исследование функции на непрерывность и схематичное построение графика функции.	-	
<b>Тема 7</b> <b>Вычисление и</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>2</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04,
	1. Определение производной функции. Основные правила		

<b>применение производной</b>	дифференцирования. Таблица производных основных элементарных функций. Производная сложной функции производные высших порядков.		ОК05, ОК06, ОК09, ОК11.	
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	<b>10</b>		
	Практическое занятие № 7. Составление уравнения касательной и нормали. Определение экстремумов функции. Вычисление наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке.	4		
	Практическое занятие № 8. Применение производной к исследованию функции и для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.	6		
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Исследование функции и построение её графика.	-		
<b>Тема 8</b> <b>Неопределенный интеграл</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>3</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05, ОК06, ОК09	
	1. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица производных основных элементарных функций.			
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>			<b>4</b>
	Практическое занятие № 9. Вычисление неопределённых интегралов методом замены переменных и с помощью интегрирования по частям.			4
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Применение различных методов интегрирования.			-
<b>Тема 9</b> <b>Определенный интеграл.</b> <b>Вычисление</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>3</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05, ОК06, ОК09	
	1. Определённый интеграл, основные свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.			
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>			<b>4</b>

<b>площадей плоских фигур</b>	Практическое занятие № 10. Построение криволинейной трапеции. Применение определенного интеграла к вычислению площадей плоских фигур и вычислению объёмов.	4	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Применение определённого интеграла для решения геометрических и физических задач.	-	
<b>Раздел 4.</b>			
<b>Основы теории вероятностей и математической статистики</b>			
<b>Тема 10</b> <b>Вероятность.</b> <b>Основные теоремы теории вероятностей</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	<b>3</b>	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05, ОК06, ОК09, ОК11.
	1. Случайные события, их виды. Вероятность случайного события, свойства вероятности.		
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	<b>4</b>	
	Практическое занятие. № 11. Вычисление вероятностей сложных событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формула Бернулли.	4	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b> Использование вероятностных методов для решения прикладных задач.	-	
<b>Тема 11</b> <b>Основы математической статистики</b>	<b>Содержание учебного материала</b>	-	ОК01, ОК02, ОК03, ОК04, ОК05, ОК06, ОК09, ОК11.
	<b>В том числе, практических занятий и лабораторных работ</b>	<b>4</b>	
	Практическое занятие № 12. Составление статистического распределения выборки, построение полигона и гистограммы.	4	
	<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	-	

<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>2</b>	
<b>Всего:</b>	<b>96</b>	

### **3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**3.1. Для реализации программы учебной дисциплины должны быть предусмотрены следующие специальные помещения:**

Кабинет математики, оснащенный оборудованием:

- посадочные места по количеству обучающихся (столы, парты, стулья);
- рабочее место преподавателя (стол, стул);
- персональный компьютер с лицензионным программным обеспечением;
- мультимедиапроектор;
- экран.

#### **3.2. Информационное обеспечение реализации программы**

Для реализации программы библиотечный фонд образовательной организации должен иметь печатные и/или электронные образовательные и информационные ресурсы, рекомендуемых для использования в образовательном процессе

##### **3.2.1. Печатные издания**

1. Математика: учебник / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - М.: Академия, 2017. - 367 с.
2. Математика: учебник для использования в учебном процессе образовательных учреждений, реализующих программы по профессиям и специальностям среднего профессионального образования / И. Д. Пехлецкий. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва: Академия, 2014. – 312с

##### **3.2.2. Электронные издания (электронные ресурсы)**

1. Информационные, тренировочные и контрольные материалы. [Электронный ресурс] Режим доступа: [http:// www. fcior. edu. ru](http://www.fcior.edu.ru).
2. Единая коллекции цифровых образовательных ресурсов. [Электронный ресурс] Режим доступа: [http:// www. school-collection. edu. ru](http://www.school-collection.edu.ru).
3. Портал Math.ru: библиотека, медиатека, олимпиады, задачи, научные школы, учительская, история математики [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.math.ru>
4. Математика в Открытом колледже [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.mathematics.ru>
5. Материалы по математике в Единой коллекции цифровых образовательных ресурсов [Электронный ресурс] Режим доступа: [http://school\\_collection.edu.ru/collection/matematika/](http://school_collection.edu.ru/collection/matematika/)
6. Образовательный математический сайт Exponenta.ru [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.exponenta.ru>
7. Общероссийский математический портал Math\_Net.Ru [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.mathnet.ru>

8. Портал Allmath.ru – вся математика в одном месте [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://www.allmath.ru>
9. Интернет-библиотека физико-математической литературы [Электронный ресурс] Режим доступа: <http://ilib.mcsme.ru>
10. Математика онлайн: справочная информация в помощь студенту [Электронный ресурс] Режим доступа <http://www.mathem.h1.ru>

### **3.2.3. Дополнительные источники**

1. Комплект контрольно-оценочных средств учебной дисциплины «Математика».
2. Методические рекомендации по выполнению практических работ.

#### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Результаты обучения	Критерии оценки	Методы оценки
<p>Знания:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;</li> <li>– основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Демонстрирует определения понятий, владение методами математического анализа и синтеза, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;</li> <li>– Строит математическую модель профессиональной задачи и выбирает оптимальный метод решения;</li> <li>– Описывает основные методы вычисления площадей и объемов;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– тестирование;</li> <li>– оценивание контрольных работ, практических работ, индивидуальных заданий;</li> </ul>
<p>Умения:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты;</li> <li>– вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ;</li> <li>– применять математические методы для решения профессиональных задач;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Применяет таблицу производных и интегралов, их свойства для дифференцирования и интегрирования функций;</li> <li>– Исследует реальные процессы с помощью производной;</li> <li>– Рассчитывает площади и объемы строительных конструкций, объемы земляных работ с использованием определённого интеграла;</li> <li>– Применяет вероятностный метод для описания реальных процессов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Оценка индивидуальных заданий,</li> <li>– Письменные и устные опросы обучающихся;</li> <li>– Оценка самостоятельных работ.</li> </ul>

## **ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

## Паспорт

### фонда оценочных средств

**Специальность:** 15.02.15 Технология металлообрабатывающего производства

**Учебная дисциплина:** Математика

**Требования ФГОС СПО к результатам освоения дисциплины:**

Оценочные средства для текущего и промежуточного контроля направлены на проверку знаний и умений студентов, являющихся основой формирования у обучающихся компетенций.

В процессе освоения дисциплины у студентов должны формировать общие компетенции (ОК):

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

ОК 02. Осуществлять поиск, анализ и интерпретацию информации, необходимой для выполнения задач профессиональной деятельности;

ОК 03. Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие;

ОК 04. Работать в коллективе и команде, эффективно взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами;

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

ОК 06. Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей;

ОК 07. Содействовать сохранению окружающей среды, ресурсосбережению, эффективно действовать в чрезвычайных ситуациях;

ОК 09. Использовать информационные технологии в профессиональной деятельности;

ОК 10. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках;

ОК 11. Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере.

**В результате освоения учебной дисциплины «Математика» обучающийся должен уметь:**

- выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты;
- вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ;
- применять математические методы для решения профессиональных задач;

**В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен знать:**

- основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики;
- основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве;

**Формы промежуточной аттестации**

<b>III семестр</b>
<i>Форма промежуточной аттестации</i>
дифференцированный зачет

## 1. Общие положения

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математика».

ФОС включает контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета.

ФОС разработан на основании положений:

- программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений,
- Федерального государственного стандарта по специальности 08.02.01 Строительство и эксплуатация зданий и сооружений, по учебной дисциплине «Математика»
- рабочей программы учебной дисциплины «Математика», автора: Кузнецовой Ю.Б., преподавателя высшей категории дисциплины «Математика».

## 2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

Код и наименование элемента умений и знаний	Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания) <sup>1</sup>	Показатели оценки результатов
У1	Выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты	Умение решать задачи аналитической геометрии Умение решать задачи векторной алгебры
У2	Вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ	Умение решать задачи по планиметрии и стереометрии Умение вычислять производные функций Умение вычислять неопределенный и определенный интеграл различными методами Умение применять производную и интеграл для решения прикладных задач
У3	Применять математические методы для решения профессиональных задач	Уметь решать прикладные задачи, применяя математические методы
31	Основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики	Знание аналитического, синтетического, а также аналитически-синтетического методов при работе над поиском решения задачи: техника дифференцирования; исследование функции и построение ее графика; интегрирование функций; приложения определенного интеграла

<sup>1</sup> Комплексные умения и знания из ФГОС СПО и программы учебной дисциплины

32	Основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве	Знать формулы для вычисления площадей треугольника, всех четырехугольников, круга и его частей, многоугольников; Знать формулы для вычисления объемов многогранников (призма, пирамида), тел вращения (конус, цилиндр, шар и его части)
----	--	--

### 3. Распределение оценивания результатов обучения по видам контроля

Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания)	ПК, ОК	Наименование темы	Уровень освоения темы	Наименование контрольно-оценочных средств	
				Текущий контроль	Промежуточная аттестация
1	2	3	4	5	6
У1 Выполнять необходимые измерения и связанные с ними расчеты	ОК1- ОК6, ОК8- ОК11	Тема 1 Векторы. Тема 2 Уравнения прямых на плоскости и в пространстве. Тема 6 Пределы последовательностей и функций Тема 7 Вычисление и применение производной Тема 8 Неопределенный интеграл	2,3	Практические работы № 1, 2, 3, 6, 7, 8(1,2), 9	дифференцированный зачет
У2 Вычислять площади и объемы деталей строительных конструкций, объемы земляных работ	ОК1- ОК6, ОК9, ОК11	Тема 4 Площади плоских фигур и поверхностей тел Тема 5 Объёмы тел Тема 7 Вычисление и применение производной	2,3	Практические работы №№ 4, 5, 8(3),	дифференцированный зачет
У3 Применять математические методы для решения профессиональных задач	ОК1- ОК6, ОК9, ОК11	Тема 9 Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур Тема 10 Вероятность. Основные теоремы теории вероятностей Тема 11 Основы математической статистики	2,3	Практические работы №№ 10, 11, 12	дифференцированный зачет
З1 Основные понятия о математическом синтезе и анализе, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики	ОК1- ОК6, ОК8-	Тема 1 Векторы. Тема 2 Уравнения прямых на плоскости и в пространстве.	2,3	Практические работы №№ 1, 2, 3, 6, 9, 11, 12	дифференцированный зачет

	ОК11	Тема 3 Линии и кривые второго порядка Тема 6 Пределы последовательностей и функций Тема 8 Неопределенный интеграл Тема 10 Вероятность. Основные теоремы теории вероятностей Тема 11 Основы математической статистики			
32 Основные формулы для вычисления площадей фигур и объемов тел, используемых в строительстве	ОК1- ОК6, ОК9, ОК11	Тема 4 Площади плоских фигур и поверхностей тел Тема 5 Объемы тел Тема 7 Вычисление и применение производной Тема 9 Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур	2,3	Практические работы №№ 4, 5, 7, 8, 10	дифференцированный зачет

*Для характеристики уровня освоения учебного материала используются следующие обозначения:*

*1 – ознакомительный (узнавание ранее изученных объектов, свойств);*

*2 – репродуктивный (выполнение деятельности по образцу, инструкции или под руководством)*

*3 – продуктивный (планирование и самостоятельное выполнение деятельности, решение проблемных задач)*

#### 4. Комплект контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине «Математика».

##### 4.1 Комплект контрольно-оценочных средств для входного контроля по учебной дисциплине «Математика»

**Инструкция:** из предложенных вариантов ответа выберите один правильный и запишите его букву.

Вариант 1

1. Упростите выражение  $\frac{7^{1.4}}{7^{0.4}}$ .

а) 7; б) 1; в) 3,5; г)  $7^{3.5}$ .

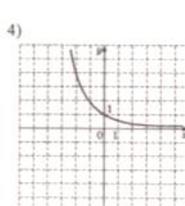
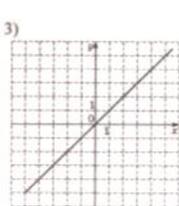
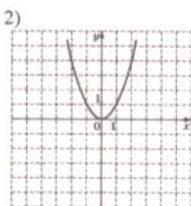
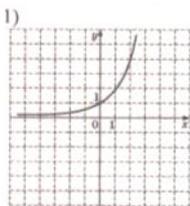
2. Вычислите:  $\sqrt[3]{27 \cdot 0,125}$ .

а) 3; б) 1,5; в) 1; г)  $\frac{3}{5}$ .

3. Вычислите:  $\log_3 54 - \log_3 2$ .

а) 52; б) 27; в) 3; г) 9.

4. На одном из рисунков изображен график функции  $y = 2^x$ . Укажите номер рисунка.



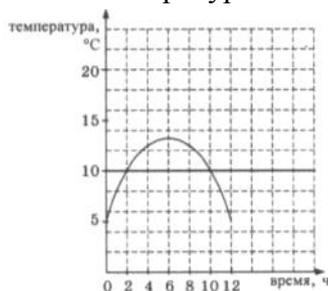
5. Найдите производную функции  $y = 4x^3 - e^x$ .

а)  $12x^2 - e^x$ ; б)  $7x^2 - xe^{x-1}$ ; в)  $3x^2 - e^x$ ; г)  $12x^2 - xe^{x-1}$ .

6. Найдите множество значений функции  $y = 3 \cos x$ .

а)  $[-1; 1]$ ; б)  $[-3; 3]$ ; в)  $(-\infty; +\infty)$ ; г)  $[-0; 3]$ .

7. На рисунке показано изменение температуры воздуха в течение 12 часов. Определите, сколько часов температура была больше  $10^\circ\text{C}$ .



а) 2; б) 10; в) 12; г) 8.

8. Решите неравенство  $\frac{3x}{2x-4} \geq 0$ .

а)  $(-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$ ; б)  $[0; 2) \cup (2; +\infty)$ ; в)  $[0; 2)$ ; г)  $[0; +\infty)$ .

9. Решите уравнение  $2 \cos x = 1$ .

а)  $(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ ; в)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ ; г)  $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ .

10. Решите неравенство  $3^{2x-5} \geq \frac{1}{9}$ .

а)  $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$ ; б)  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ ; в)  $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$ ; г)  $[0; +\infty)$ .

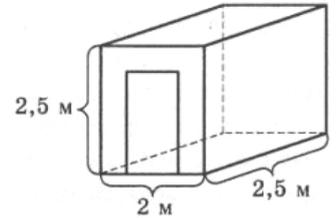
11. Решите уравнение  $2 \cdot 3^{\log_3 x} = 7x - 6$ .

а) 1,2; б) 1,5; в) 2; г) 0,5.

12. Решите уравнение  $\sqrt{x^2 - 8} = 1$ . (Если уравнение имеет больше одного корня, то в бланке ответов запишите меньший корень.)

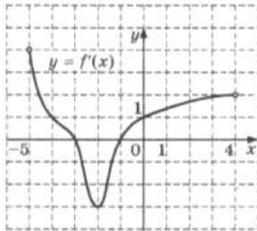
а) 9; б) 3; в) -3; г) -9.

13. Для оклейки стен в ванной комнате нужно приобрести обои, стоимость которых составляет 200 рублей за  $1\text{ м}^2$ . Ширина двери равна 1 м, высота 2 м. Определить стоимость плитки, если стены решено оклеить полностью от потолка до пола.



а) 4100; б) 8200; в) 2050; г) 3800.

14. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-5; 4)$ . На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку минимума функции  $y = f(x)$  а промежутке  $(-5; 4)$ .



а) -1 б) -3 в) 1 г) 4

15. Сберегательный банк начисляет на срочный вклад  $25\%$  годовых. Вкладчик положил на счет 1000 рублей. Сколько будет денег на счете у вкладчика через год?

а) 250; б) 1025; в) 1250; г) 2500.

16. Упростите выражение:  $(\operatorname{tg}^2 \alpha + 1) \cos^2 \alpha$

а)  $\cos^2 \alpha$ ; б)  $\sin^2 \alpha$ ; в) 1; г) -1.

17. Через концы отрезка  $AB$  и его середину  $M$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках  $A_1, B_1, M_1$ . Найдите длину отрезка  $MM_1$ , если отрезок  $AB$  не пересекает плоскость и если  $AA_1 = 5\text{ м}$ ,  $BB_1 = 7\text{ м}$ .

а)  $7\text{ м}$ ; б)  $4\text{ м}$ ; в)  $30\text{ м}$ ; г)  $6\text{ м}$ .

18. Вычислите определенный интеграл:  $\int_0^3 x^2 dx$

а) 2; б)  $\frac{8}{3}$ ; в)  $\frac{5}{3}$ ; г) 9.

19. Найдите значение производной функции  $y = 0,5x^2 - 3x$  в данной точке  $x_0 = 0$ .

Варианты ответа: а) 0; б) 10; в) -2; г) -3.

20. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = x^2$ , в точке с абсциссой  $x_0 = -4$ .

а) 4; б) -4; в) -8; г) -9.

Вариант 2

1. Упростите выражение  $\frac{3^{1,3}}{3^{0,5}}$ .

а) 2,6; б)  $3^{2,6}$ ; в)  $3^{0,8}$ ; г) 0,8.

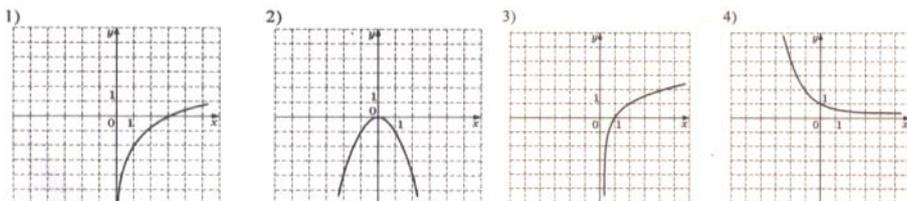
2. Вычислите:  $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0081}$ .

а) 0,6; б) 0,3; в) 1; г) 6.

3. Вычислите:  $\log_2 120 - \log_2 15$ .

а) 3; б) 105; в) 52,2; г) 8.

4. На одном из рисунков изображен график функции  $y = \log_2 x$ . Укажите номер рисунка.



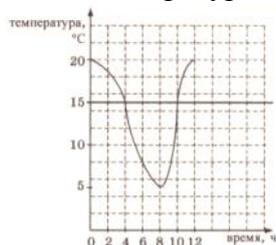
5. Найдите производную функции  $y = 5x^4 + e^x$ .

а)  $20x^3 + xe^{x-1}$ ; б)  $9x^3 + e^{x-1}$ ; в)  $20x^3 + e^x$ ; г)  $4x^3 + xe^{x-1}$ .

6. Найдите множество значений функции  $y = 2\sin x$ .

а)  $[-2; 2]$ ; б)  $(-\infty; +\infty)$ ; в)  $[0; 2]$ ; г)  $[-1; 1]$ .

7. На рисунке показано изменение температуры воздуха в течение 12 часов. Определите, сколько часов температура была не больше  $15^\circ\text{C}$ .



а) 6; б) 4; в) 8; г) 10.

8. Решите неравенство  $\frac{5x}{3x-9} \geq 0$ .

а)  $(-\infty; 0) \cup [3; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 0] \cup (3; +\infty)$ ; в)  $[0; 3)$ ; г)  $[0; +\infty)$ .

9. Решите уравнение  $\sqrt{2} \sin x = 1$ .

а)  $(-1)^{n+1} \frac{\pi}{4} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ ; б)  $(-1)^n \frac{\pi}{4} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$ ; в)  $(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi, n \in \mathbb{Z}$ ; г)  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi, n \in \mathbb{Z}$

10. Решите неравенство  $2^{x-4} \leq \frac{1}{2}$ .

а)  $(-\infty; 0]$ ; б)  $(-\infty; 3]$ ; в)  $[3; +\infty)$ ; г)  $[0; 3]$ .

11. Решите уравнение  $3 \cdot 5^{\log_5 x} = 4x - 8$ .

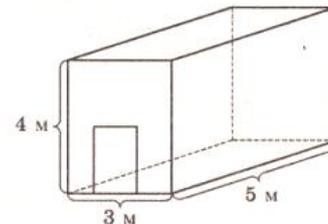
а) 8; б) -8; в) 4; г) 6.

12. Найдите наименьший корень уравнения  $\sqrt{x^2 - 3} = 1$ .

а) 5; б) -5; в) -2; г) 2.

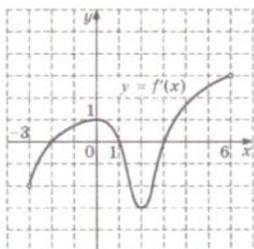
13. Для оклейки стен в вашей комнате нужно приобрести обои, стоимость которых составляет 300 рублей за  $1\text{ м}^2$ . Ширина двери равна 1,25 м, высота 2 м. Определить стоимость обоев, если стены решено оклеить полностью от потолка до пола.

а) 16541; б) 18450; в) 12065; г) 21570.



14. Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-3; 6)$ . На

рисунке изображен график ее производной. Укажите точку максимума функции  $y = f(x)$  на промежутке  $(-3; 6)$ .



а) -2 б) 1 в) 3 г) -3

15. Сберегательный банк начисляет на срочный вклад **20%** годовых. Вкладчик положил на счет 800 рублей. Сколько будет денег на счете у вкладчика через год?

а) 960; б) 820; в) 160; г) 1600.

16. Упростите выражение  $(\text{ctg}^2 \alpha + 1) \cdot \sin^2 \alpha$ .

а)  $\cos^2 x$ ; б)  $\sin^2 x$ ; в) 1; г) -1.

17. Через концы отрезка  $AB$  и его середину  $M$  проведены параллельные прямые, пересекающие некоторую плоскость в точках  $A_1, B_1, M_1$ . Найдите длину отрезка  $MM_1$ , если отрезок  $AB$  не пересекает плоскость и если  $AA_1 = 3,6\text{ дм}$ ,  $BB_1 = 4,8\text{ дм}$

а)  $2,4\text{ дм}$ ; б)  $5,8\text{ дм}$ ; в)  $16\text{ дм}$ ; г)  $4,2\text{ дм}$ .

18. Вычислите определенный интеграл:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx$

а) 2; б) 4; в) 1; г)  $\frac{9}{3}$ .

19. Найти значение производной функции  $y = 0,5x^2 - 10x$  в точке  $x_0 = \frac{1}{4}$

а) 0; б)  $-\frac{39}{4}$ ; в)  $-\frac{29}{4}$ ; г) -3.

20. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{x}$ , в точке с абсциссой

$x_0 = -\frac{1}{3}$ .

а) -8; б) -9; в) -4; г) 4.

Ключ к тестам  
входного контроля по математике

**Вариант 1.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
а	б	в	г	а	б	г	а	в	а

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
а	в	а	а	в	в	г	г	г	в

**Вариант 2.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
в	а	а	3	в	а	а	б	в	б

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
а	в	а	б	а	в	г	в	б	б

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 60 минут

Все задания по 1 баллу. Итого 20 баллов

Критерий	Балл	Критериальный интервал
90-100%	<b>5 (отлично)</b>	18-20 баллов
70-89%	<b>4 (хорошо)</b>	14-17 балла
60-69%	<b>3 (удовлетворительно)</b>	12-13 балла
менее чем на 60%	<b>2 (неудовлетворительно)</b>	менее 12 баллов

**4.2 Комплект контрольно-оценочных средств для текущего контроля по учебной дисциплине "Математика".**

Тема 1 Векторы

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1. Вычисление скалярного произведения векторов, модуля вектора и угла между векторами. Определение расстояния между точками и координат середины отрезка.

*Часть 1 Линейные операции над векторами. Определение расстояния между точками и координат середины отрезка.*

Вариант 1

- 1) Даны векторы  $\vec{a}\{-2; 3; 5\}$  и  $\vec{b}\{4; -1; 7\}$ . Найдите координаты вектора  $3\vec{a} - 2\vec{b}$ .
- 2) При каких значениях  $\alpha$  и  $\beta$  векторы  $\vec{a}\{\alpha; 3; -5\}$  и  $\vec{b}\{1; -2; \beta\}$  коллинеарны?
- 3) Найти направляющие косинусы вектора  $\vec{a}\{-2; -1; 2\}$
- 4) Разложить вектор  $\vec{d}\{-6; 0; 13\}$  по базису из векторов  $\vec{a}\{2; -1; 3\}$ ,  $\vec{b}\{1; 1; -1\}$ ,  $\vec{c}\{-3; 1; 2\}$

- 5) Для векторов  $\vec{a}\{1; -2; 3\}$ ,  $\vec{b}\{-1; 1; -2\}$ ,  $\vec{c}\{3; 2; 1\}$ ,  $\vec{d}\{15; 7; 4\}$  найти такие числа  $\alpha, \beta, \gamma$ , чтобы векторы  $\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}, \gamma\vec{c}$  и  $\vec{d}$  образовали замкнутую ломаную линию, если начало каждого последующего вектора совместить с концом предыдущего.
- 6) Выяснить, является ли система векторов  $\vec{a}\{2; -3; 1\}$ ,  $\vec{b}\{3; -1; 5\}$ ,  $\vec{c}\{1; -4; 3\}$  линейно зависимой.
- 7) Найти координаты какого-нибудь вектора, направленного по биссектрисе угла между векторами  $\vec{a}\{-4; 3; 0\}$  и  $\vec{b}\{12; -15; 16\}$ .
- 8) При каких значениях  $x; y; z$  точки  $A(x; -1; 3)$ ,  $B(5; -4; z)$ ,  $C(-2; y; 9)$ ,  $D(-5; 1; 7)$  являются вершинами параллелограмма?
- 9) Даны точки  $A(3; -2; 4)$ ,  $B(2; -3; 3)$ ,  $C(1; 4; -2)$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до середины отрезка  $AC$ .
- 10) На оси  $Oz$  найдите точку, равноудаленную от точек  $K(4; 3; 2)$  и  $D(-5; 0; 1)$ .

Ответы:

- 1)  $\{-14; 11; 1\}$
- 2)  $\alpha = -1,5; \beta = \frac{10}{3}$
- 3)  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}; \cos \beta = -\frac{1}{3}; \cos \gamma = \frac{2}{3}$
- 4)  $\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$
- 5)  $\alpha = 1; \beta = 1; \gamma = -5$
- 6) Система векторов линейно независима
- 7)  $\{-8; 0; 16\}$
- 8)  $x = 2; y = -2; z = 5$
- 9)  $2\sqrt{5}$
- 10)  $(0; 0; 1,5)$

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

*Часть 2 Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.*

Вариант 1

- 1) Найдите проекцию вектора  $\vec{a}\{-7; 0; -5\}$  на ось, образующую с координатными осями  $Ox$  и  $Oy$  углы в  $60^\circ$  и  $45^\circ$ , а с осью  $Oz$  – тупой угол  $\gamma$ .
- 2) Найдите скалярное произведение  $(\vec{a} - \vec{b})(2\vec{a} + \vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ , а угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  равен  $120^\circ$ .
- 3) Известно, что  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$  и  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ . Найдите  $\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{c}$
- 4) Даны векторы  $\vec{a}\{2; -3; 1\}$  и  $\vec{b}\{-1; 2; 1\}$ . Найдите скалярное произведение  $(3\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$
- 5) Найти косинус угла между векторами  $\vec{a}\{2; -2; -1\}$  и  $\vec{b}\{-6; 3; 2\}$ .
- 6) Найдите вектор  $\vec{b}$ , если  $\vec{a}\{2; -2; 3\}$ ,  $\vec{b} \parallel \vec{a}$  и  $\vec{a}\vec{b} = -51$ .

7) Известно, что  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 7$ . Найдите значения  $\lambda$ , при которых векторы  $\vec{a} + \lambda\vec{b}$  и  $\vec{a} - \lambda\vec{b}$  перпендикулярны.

8) Найдите угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ , если заданы координаты точек  $A(3; -4; 1)$ ,  $B(5; -3; 3)$ ,  $C(-4; 2; 5)$ ,  $D(-3; 3; 5)$

9) Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром, равным 1 (см. рисунок). Найдите значение числа  $k$ , если  $k = \overrightarrow{AD_1} \cdot \overrightarrow{CB_1} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC_1} + \overrightarrow{A_1 B_1} \cdot \overrightarrow{BC}$

10) Найдите длину вектора  $|\vec{b}|$ , если  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 11$ ,  $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$

Ответы:

- 1) 6
- 2) 8
- 3) -5,5
- 4) -5
- 5)  $-\frac{20}{21}$
- 6)  $\vec{b}\{-6; 6; -9\}$
- 7)  $\lambda = \pm \frac{2}{7}$
- 8)  $45^\circ$
- 9) 1
- 10) 7

**Система оценивания**

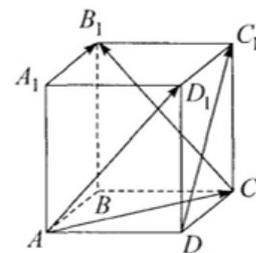
Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

*Часть 3 Метод координат. Применение метода координат для решения задач.*

Вариант 1





Часть 1 Скалярное произведение векторов. Решение прикладных задач

Вариант 1

1) Даны векторы  $\vec{a} = \alpha\vec{m} + \beta\vec{n}$  и  $\vec{b} = \gamma\vec{m} + \delta\vec{n}$ , где  $|\vec{m}| = k$ ,  $|\vec{n}| = l$ , угол между векторами  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  равен  $\varphi$ . Найти а) скалярное произведение  $(\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}) \cdot (v\vec{a} + t\vec{b})$ , б) проекцию  $np_a(v\vec{a} + t\vec{b})$ , в) косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $t\vec{b}$ .

$$\alpha = 5, \beta = 3, \gamma = -4, \delta = 2, k = 6, l = 3, \varphi = \frac{5\pi}{3}, \lambda = -2, \mu = -\frac{1}{2}, v = 3, t = 2.$$

2) По координатам точек  $A, B$  и  $C$  для указанных векторов найти: а) модуль вектора  $\vec{a}$ ; б) скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; в) проекцию вектора  $\vec{c}$  на вектор  $\vec{d}$ ; г) координаты точки  $M$ , делящей отрезок  $l$  в отношении  $\frac{\alpha}{\beta}$ .

$$A(3,4,1), B(5,-2,6), C(4,2,-7), \vec{a} = -7\vec{AC} + 5\vec{AB}, \vec{b} = \vec{BC}, \vec{c} = \vec{BC}, \vec{d} = \vec{AC}, l = AB, \alpha = 2, \beta = 3.$$

3) Сила  $\vec{F} = \{2, 19, -4\}$  приложена к точке  $A(5, 3, 4)$ . Вычислить работу силы  $\vec{F}$  в случае, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается в точку  $B(6, -4, -1)$ .

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Задание №1 – 3 балла, задание №2 – 4 балла, задание №3 – 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	7-8	5 (отлично)
70-89%	6	4 (хорошо)
60-69%	5	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	4 и менее	2 (неудовлетворительно)

Часть 2

Векторное произведение векторов. Решение прикладных задач

Вариант 1

1) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$

2) Найти площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2\sqrt{2}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$

3) Найти  $|-3\vec{a} \times 2\vec{b}|$ , если  $|\vec{a}| = \frac{1}{2}$ ,  $|\vec{b}| = \frac{1}{6}$ ,  $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$

4) Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{c} = -\vec{m} + 2\vec{n}$ ;  $\vec{d} = 3\vec{m} - \vec{n}$ , если  $|\vec{m}| = 5$ ,  $|\vec{n}| = 4$ ,  $\angle(\vec{m}; \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$

5) Найти  $|\vec{c} \times \vec{d}|$ , если  $\vec{c} = \vec{m} + \vec{n}$ ;  $\vec{d} = \vec{m} + 3\vec{n}$ ;  $|\vec{m}| = 1$ ,  $|\vec{n}| = 2$ ,  $\angle(\vec{m}; \vec{n}) = \frac{\pi}{2}$

6) Найти векторное произведение векторов  $\vec{a}\{-1; 2; -3\}$  и  $\vec{b}\{0; -4; 1\}$  и его длину.

7) Даны векторы  $\vec{A_1A_2} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ ;  $\vec{A_1A_3} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ . Найти  $[\vec{A_1A_3} \times \vec{A_1A_2}]$  и вычислить  $|\vec{A_1A_3} \times \vec{A_1A_2}|$ .

8) Даны вершины треугольника  $A(0; 2; 0)$ ,  $B(-2; 5; 0)$ ,  $C(-2; 2; 6)$ . Найти его площадь.

9) Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{AB}$ , если  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(1; -1; 5)$ ,  $\vec{a}\{-2; 1; 0\}$

10) Проверить, будут ли коллинеарны следующие векторы пространства  $\vec{c}\{4; -2; 1\}$  и  $\vec{d}\{8; -4; 4\}$

Ответы:

- 1)  $3\sqrt{3}$
- 2) 1
- 3)  $1/2$
- 4) 25
- 5) 4
- 6)  $-10\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}; 3\sqrt{13}$
- 7)  $6\vec{i} + 5\vec{j} - 4\vec{k}; \sqrt{77}$
- 8)  $3\sqrt{14}$
- 9) 9
- 10) нет

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

*Часть 3 Смешанное произведение векторов. Решение прикладных задач*

Вариант 1

1) Вершины пирамиды находятся в точках  $A(3,4,5), B(1,2,1), C(-2, -3,6), D(3, -6, -3)$ .

Вычислить: а) площадь грани  $ACD$ ; б) площадь сечения, проходящего через середину ребра  $AB$  и две вершины пирамиды  $C$  и  $D$ ; в) объем пирамиды  $ABCD$ ; г) высоту пирамиды, опущенную из вершины  $B$ .

2) Доказать, что векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образуют базис, и найти координаты вектора  $\vec{d}$  в этом базисе.

$$\vec{a} = 5\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = -3\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}, \vec{d} = 7\vec{i} + 23\vec{j} + 4\vec{k}.$$

Ответы:

1) а)  $\sqrt{2114}$  б)  $\sqrt{4426}/2$  в) 42 г)  $63\sqrt{2114}/157$

2)  $\vec{d} = 2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания 1а), 1б), 1в), 1г), 2 оцениваются в 1 балл. Округление идет в пользу обучающегося

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	5	5 (отлично)
70-89%	4	4 (хорошо)
60-69%	3	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	2 и менее	2 (неудовлетворительно)

Тема 2 Уравнения прямых на плоскости и в пространстве

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 3. Определение взаимного расположения прямых и угла между ними, расстояния от точки до прямой.

Часть 1 Прямые на плоскости

Вариант 1

1) Выяснить взаимное расположение прямых:

а)  $d_1: 2y + 3 = 0$ ;  $d_2: 5x + 2y - 7 = 0$

б)  $f_1: x + 3y - 8 = 0$ ;  $f_2: x + 3y + 15 = 0$

в)  $h_1: 5x - y = 0$ ;  $h_2: -10x + 2y = 0$

2) Прямая задана уравнением  $c: x - y + 3 = 0$ . Составить уравнение параллельной прямой, которая проходит через точку  $M(1; -1)$ .

3) Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-2; 3)$ , параллельную прямой  $BC$ , если  $B(2; -2)$ ,  $C(-6; -2)$

4) Найти точку пересечения прямых  $l_1: x - 2y + 2 = 0$ ,  $l_2: 5x + 2y + 4 = 0$   $l_1: x - 2y + 2 = 0$ ;  $l_2: 5x + 2y + 4 = 0$ .

5) Найти точку пересечения прямых  $AB$  и  $CD$  в том случае, если они пересекаются  $A(6; -7)$ ,  $B(9; -14)$ ,  $C(-2; 5)$ ,  $D(3; 6)$

6) Прямая задана уравнением  $l: 2x + y - 3 = 0$  в декартовой системе координат. Составить уравнение перпендикулярной прямой  $m$ , проходящей через точку  $M(2; 3)$ .

7) Найти точку пересечения перпендикулярных прямых  $d_1$  и  $d_2$ , если известно уравнение  $d_1: x - 4y + 4 = 0$  в декартовой системе координат и точка  $A(-4; 5; 2) \in d_2$ .

8) Найти расстояние от точки  $M(-1; 1)$  до прямой  $d: 3x + 4y - 12 = 0$

9) Найти расстояние между двумя параллельными прямыми  $l_1: x - y - 2 = 0$ ;  $l_2: x - y + 3 = 0$ , заданными в декартовой системе координат.

10) Найти угол между прямыми  $d_1: 2x - 3y = 0$ ,  $d_2: x + 3y - 7 = 0$

Ответы:

1) а) пересекаются, б) параллельны, в) совпадают

2)  $d: x - y - 2 = 0$

3)  $y - 3 = 0$

4)  $(-1; 0,5)$

5)  $(7; 8)$

6)  $m: x - 2y + 4 = 0$

7)  $(-4; 0)$

8) 2,2

9)  $2,5\sqrt{2}$

10)  $-\arctg \frac{9}{7}$

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

Часть 2 Прямые в пространстве

1) Выяснить взаимное расположение двух прямых

$$d_1: \frac{x+4}{-2} = \frac{y+5}{4} = \frac{z-6}{6}, \quad d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{-3}$$

2) Выяснить взаимное расположение прямых

$$d_1: \begin{cases} x = -t + 3 \\ y = t - 3 \\ z = 2t + 2 \end{cases}, \quad d_2: \begin{cases} x = 3s - 1 \\ y = -4s + 4 \\ z = 6s - 26 \end{cases}$$

3) Даны прямые  $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{-1}$ ,  $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-2}$ ;  $z-1=0$ . Требуется:

а) доказать, что прямые скрещиваются;

б) найти уравнения прямой  $d$ , проходящей через точку  $M(5; -4; 7)$  перпендикулярно данным прямым;

в) найти расстояние  $\rho(d_1, d_2)$  между прямыми.

4) Найти точку пересечения прямых

$$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{2}, \quad d_2: \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+26}{6}$$

5) а) Составить уравнения прямой, проходящей через точку  $N(-2; 1; 0)$  перпендикулярно

прямой  $l: \frac{x+4}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$  (прямые пересекаются).

б) Найти расстояние от точки  $N$  до прямой  $l$ .

6) В пространстве задан треугольник координатами своих вершин  $A(5; -2; 4)$ ,  $B(3; -1; 3)$ ,  $C(4; 1; 3)$ .  
Найти высоту  $AH$  и её длину.

7) Дана прямая  $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+6}{2}$ . Найти расстояние между параллельными прямыми.

Ответы:

1) параллельны

2) пересекаются

3) б)  $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-7}{1}$  в)  $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

4)  $(8; -8; -8)$

5) а)  $\frac{x+2}{1} = \frac{z}{3}$  б)  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

6)  $\frac{x-5}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{-1}$ ;  $\sqrt{6}$

7)  $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Задания №№ 1, 2, 4, 6, 7 оцениваются в 1 балл. Задание № 3 – 3 балла, задание № 5 – 2 балла

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Часть 3 Решение прикладных задач

Даны четыре точки  $A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ ,  $A_4(x_4, y_4)$ . Составить уравнения:

а) плоскости  $A_1A_2A_3$ ;

- б) прямой  $A_1A_2$ ;
- в) прямой  $A_4M$ , перпендикулярной к плоскости  $A_1A_2A_3$ ;
- г) прямой  $A_3N$ , параллельной прямой  $A_1A_2$ ;
- д) плоскости, проходящей через точку  $A_4$  перпендикулярно к прямой  $A_1A_2$ .

Вычислить:

- е) синус угла между прямой  $A_1A_4$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ ;
  - ж) косинус угла между координатной плоскостью  $Oxy$  и плоскостью  $A_1A_2A_3$ .
- $$A_1(3,1,4), A_2(-1,6,1), A_3(-1,1,6), A_4(0,4,-1)$$

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Каждое задание оценивается в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
100%	7	5 (отлично)
71-99%	5-6	4 (хорошо)
57-70%	4	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	3 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Тема 4 Площади плоских фигур и поверхностей тел

#### ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 4. Расчет площадей строительных конструкций

Часть 1 Задачи на вычисление площади треугольника

- 1) В треугольнике  $ABC$ :  $BD = 2$  – высота,  $BC = 4$ ,  $AC = 12$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой, содержащей отрезок  $BC$ .
- 2) В треугольнике  $ABC$ :  $CD$  – высота,  $CD = \sqrt{12}$ ,  $AB = \pi\sqrt{3}$ ,  $AC = 2\pi$ . Найдите расстояние от точки  $B$  до прямой, содержащей отрезок  $AC$ .
- 3) В треугольнике  $ABC$ : точки  $D$  и  $E$  лежат на  $AB$ , причём  $(AD + BE)/AB = 2/3$ . Площадь треугольника  $ACD$  равна 10,  $S_{CEB}:S_{CED} = 6/5$ . Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
- 4) Найдите квадрат площади треугольника  $ABC$ , если  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ , а медианы, проведенные из вершин  $A$  и  $B$ , взаимно перпендикулярны.
- 5) В треугольнике  $ABC$  даны три стороны:  $AB = 26$ ,  $BC = 30$ ,  $AC = 28$ . Найдите площадь треугольника, заключенного между биссектрисой и высотой, проведенными из вершины  $B$ .
- 6) В треугольнике  $ABC$  со сторонами  $BC = 6$ ,  $AB = 4$  проведена биссектриса  $BD$ . Высота  $DH$  треугольника  $DBC$  равна 3. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
- 7) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  построен отрезок  $AD$ , причем  $BD = 4$ ,  $D \in BC$ . Найдите площадь треугольника  $ABD$ , если  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 5$ .
- 8) В треугольнике  $KDA$  проведена медиана  $DB = 3$ . Найдите площадь треугольника  $KDA$ , если известно, что  $KD = 4$ ,  $KA = 10$ .
- 9) В прямоугольном треугольнике  $ABC$  с прямым углом  $C$  проведена биссектриса  $BT$ , причем  $AT = 15$ ,  $TC = 12$ . Найдите площадь треугольника  $ABT$ .
- 10) Площадь равнобедренного треугольника  $ABC$  с основанием  $AC$  равна 20. В нем проведены высоты  $BD$  и  $AH$ , пересекающиеся в точке  $L$ . Найдите площадь треугольника  $BLH$ , если  $AH = 4\sqrt{2}$ .

Ответы:

- 1) 6
- 2) 3
- 3) 37,5
- 4) 11

- 5) 36
- 6) 15
- 7) 10
- 8) 12
- 9) 270
- 10) 4,5

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

*Часть 2 Задачи на вычисление площади многоугольников*

- 1) Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найдите острый угол параллелограмма, если его площадь равна половине площади прямоугольника. Ответ дайте в градусах.
- 2) Дан треугольник  $ABC$ . На сторонах  $AB$  и  $BC$  отмечены точки  $A'$  и  $C'$  соответственно. Известно, что  $BC' = 0,5BC = 4, AB = 14, S_{ABC} = 7S_{A'BC'}$ . Найдите  $A'B$ .
- 3) В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O, \angle COD = \arcsin 0,85, AC = 5, BD = 4$ . Найдите площадь  $ABCD$ .
- 4) Найдите площадь треугольника со сторонами  $22, \sqrt{197}$  и  $\sqrt{65}$ .
- 5) В треугольнике  $OBH$  точка  $M$  делит сторону  $OB$  на отрезки  $OM = 4, MB = 28, \angle OHM = \angle OBH$ . Найдите площадь треугольника  $OHM$ , если  $\angle O = 45^\circ$ .
- 6) В параллелограмме  $ABCD: AB = 6, BC = 5, \sin \angle A + \sin \angle B + \sin \angle C + \sin \angle D = 3,24$ . Найдите площадь параллелограмма  $ABCD$ .
- 7) В трапеции боковые стороны равны  $12$  и  $12\sqrt{5}$ , угол при меньшей боковой стороне равен  $135^\circ$ . Найдите отношение меньшего основания к большему, если площадь трапеции равна  $156$ . Если задача допускает несколько вариантов ответа, внесите в бланк меньший из них.
- 8) Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна  $50$ . Найдите площадь выпуклого четырёхугольника  $A'B'C'D'$ , вершины которого – середины сторон параллелограмма  $ABCD$ .
- 9) Проекция диагонали равнобедренной трапеции на ее большее основание равна  $6$ , боковая сторона равна  $3$ . Найдите площадь трапеции, если угол при её меньшем основании равен  $150^\circ$ .
- 10) Диагонали трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O. DC$  – большее основание трапеции. Площадь треугольника  $ADO$  равна  $12, DO = 2BO$ . Найдите площадь трапеции.

Ответы:

- 1) 30
- 2) 4
- 3) 8,5
- 4) 11
- 5) 16
- 6) 24,3
- 7) 0,04
- 8) 25
- 9) 9
- 10) 54

## Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Часть 3 Площади поверхности тел

- 1) В основание конуса вписан правильный треугольник со стороной 6 см, образующая конуса равна  $4\sqrt{3}$  см. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 2) Равнобедренный треугольник с углом в  $120^\circ$  и боковыми сторонами по 6 см вращается вокруг прямой, содержащей основание треугольника. Найдите площадь поверхности полученного тела.
- 3) Высота конуса равна  $5\sqrt{3}$  см, а угол при вершине  $B$  осевого сечения равен  $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 4) Прямоугольник  $ABCD$  является разверткой боковой поверхности цилиндра. Диагональ  $AC$ , равная 8 см, составляет со стороной  $AD$  угол в  $30^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности цилиндра, если его высота равна  $AD$ .
- 5) Через образующую цилиндра, высота которого 10 дм, проведены две секущие плоскости, угол между которыми равен  $120^\circ$ . Плоскости пересекают основание цилиндра по равным хордам, длина которых равна 6 дм. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.
- 6) В правильной шестиугольной призме большая диагональ равна  $2\sqrt{6}$  см и наклонена к основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.
- 7) В основании прямой призмы лежит ромб со стороной 6 и углом  $60^\circ$ . Меньшая диагональ призмы наклонена к основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите площадь полной поверхности призмы.
- 8) Основание пирамиды  $SABCD$  квадрат со стороной  $2\sqrt{3}$ . Грань  $SAD$  наклонена к плоскости основания под углом  $60^\circ$ , ребро  $SC$  перпендикулярно плоскости основания. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
- 9) Боковая грань правильной четырехугольной пирамиды наклонена к плоскости основания под углом  $30^\circ$ , а апофема равна 4. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
- 10) Стороны оснований правильной шестиугольной усеченной пирамиды 4 см и 2 см. высота 1 см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

### Ответы:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)
- 6)
- 7)
- 8)
- 9)

10)

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Тема 5 Объемы тел

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №5. Вычисление объёмов деталей строительных конструкций, определение объема земляных работ.

#### *Часть I Вычисление объемов многогранников*

- 1) Сумма площадей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равна  $404 \text{ дм}^2$ , а его ребра пропорциональны числам 4, 5 и 9. Найдите объем параллелепипеда.
- 2) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, основанием которого является квадрат, если его диагональ образует с боковой гранью угол  $\alpha$ , а длина диагонали боковой грани равна  $l$ .
- 3) В правильной шестиугольной призме большая диагональ равна  $4\sqrt{3}$  см и наклонена к основанию под углом  $30^\circ$ . Найдите объем призмы.
- 4) Основание прямой призмы - равнобедренный треугольник, две стороны которого равны 5 см. Одна из боковых граней призмы - квадрат, площадь которого равна  $36 \text{ см}^2$ . Найдите объем призмы.
- 5) Основание прямой призмы - ромб со стороной 6 дм и углом  $60^\circ$ . Меньшая диагональ призмы наклонена к основанию под углом  $45^\circ$ . Найдите объем призмы.
- 6) Все ребра правильной четырехугольной пирамиды равны, а ее высота равна 2 дм. Найдите объем пирамиды.
- 7) В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 8 см, а сторона основания - 4 см. Найдите объем пирамиды.
- 8) В правильной треугольной пирамиде угол между апофемой и высотой пирамиды равен  $30^\circ$ . Найдите объем пирамиды, если сторона основания пирамиды равна  $2\sqrt{3}$  дм.
- 9) В основании пирамиды  $MABCD$  - прямоугольник.  $MA \perp (ABC)$ ,  $AC = 13$  см,  $DC = 12$  см. Двугранный угол между плоскостями  $MDC$  и  $ADC$  равен  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.
- 10) В правильной усеченной четырехугольной пирамиде радиусы окружностей, описанных около оснований, равны  $\sqrt{2}$  и  $2\sqrt{2}$ , а боковое ребро образует с плоскостью основания угол  $45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

#### Ответы:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)

- 6)
- 7)
- 8)
- 9)
- 10)

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Часть 2 Вычисление объемов тел вращения

- 1) Высота цилиндра 4 см. Площадь сечения, проведенного параллельно оси цилиндра на расстоянии 6 см от оси, равна  $64 \text{ см}^2$ . Найдите объем цилиндра.
- 2) В цилиндре сечение площадью  $15\sqrt{3} \text{ см}^2$ , параллельное оси, отсекает от окружности основания дугу в  $120^\circ$ . Найдите объем цилиндра, если его высота равна 3 см.
- 3) Основание прямой призмы - равнобедренная трапеция с острым углом  $\alpha$  и диагональю, равной  $d$ . Диагональ призмы образует с боковым ребром угол  $\beta$ . Найдите объем цилиндра, описанного около призмы.
- 4) Найдите объем конуса, полученного в результате вращения вокруг катета равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой, равной  $6\sqrt{2}$  см.
- 5) Радиусы оснований усеченного конуса равны 2 см и 5 см, а его образующая составляет с плоскостью большего основания угол  $45^\circ$ . Найдите объем конуса.
- 6) Через две образующие конуса, угол между которыми равен  $30^\circ$ , проведено сечение, имеющее площадь  $25 \text{ дм}^2$ . Найдите объем конуса, если радиус основания равен 8 дм.
- 7) Центральный угол в развертке боковой поверхности конуса равен  $240^\circ$ . Высота конуса равна  $2\sqrt{5}$  см. Найдите его объем.
- 8) Найдите расстояние от центра шара до плоскости сечения, если объем шара равен  $288\pi$ , а радиус сечения равен  $3\sqrt{3}$ .
- 9) Плоскость, перпендикулярная радиусу, делит его на части в отношении 3:2, считая от центра шара. Площадь сечения равна  $144\pi$ . Найдите объем меньшего из образовавшихся шаровых сегментов.
- 10) Найдите объем шарового сектора, если радиус шара равен 11 см, а радиус окружности основания соответствующего шарового сегмента равен  $\sqrt{57}$  см.

### Ответы:

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)
- 5)

- 6)  
7)  
8)  
9)  
10)

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Тема 6 Пределы последовательностей и функций

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 6. Вычисление пределов последовательностей и функций с применением различных методов. Исследование функции на непрерывность, определение точек разрыва.

#### Часть 1 Вычисление пределов последовательностей

1 вариант

Вычислить пределы последовательностей:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-3)^2 - (5n+3)^2}{(3n-1)^3 - (3n+2)^3}$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{(n-3)(n+13)} - \sqrt{n^2 + 14n} \right)$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \frac{11 + 14 + \dots + (3n+8)}{3n-4} - \frac{3n+5}{6} \right]$$

$$4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 7^{n+1} + 3 \cdot 5^{n-2}}{7^{n+2} - 2 \cdot 5^{n-1}}$$

$$5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)! + (3n+1)!}{(3n)! - (3n+1)!}$$

$$6) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{5}{9} + \frac{55}{81} + \frac{485}{729} \dots + \frac{8^n - 3^n}{9^n} \right)$$

$$7) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+4}{3n+11} \right)^{5-2n}$$

$$8) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 - 3n + 1}{2n^2 + n - 5} \right)^{n^2+3}$$

$$9) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 \sqrt{11n} + \sqrt{25n^4 - 81}}{(n - 7\sqrt{n})\sqrt{n^2 - n + 1}}$$

$$10) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n}}$$

Ответы:

1)  $\frac{7}{27}$

2) -2

3) 3

4)  $\frac{4}{7}$

5) -1

6) 7,5

7)  $e^{\frac{14}{3}}$

8) 0

9) 5

10) 1,2

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Часть 2 Вычисление пределов функций

1 вариант

Вычислить пределы функции:

$$1) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{x^3 - 3x^2 + 4}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+23} - 5\sqrt{3-x}}{x^2 - 4}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{3x+4} - x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x}$$

$$7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x^2}{(\sqrt[5]{1-3x} - 1)^3 \cdot (e^{\frac{x}{2}} - 1)}$$

$$8) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^3} - 1}{(2x^2 - 5x^3) \sin 6x}$$

$$9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \arcsin x - 3 \sin x}{\operatorname{ctg} \left( \frac{\pi(x+1)}{2} \right)}$$

$$10) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln^3(1+x)}{\arcsin^2 \left( \frac{x}{3} \right) \cdot \sin \frac{x^3}{3}}$$

Ответы:

- 1) 2
- 2) 0
- 3) 0,65
- 4)  $2,5\sqrt{2}$
- 5) 0,5
- 6) -1,5
- 7)  $-\frac{500}{27}$
- 8) 0,25
- 9)  $\frac{\ln 0,36}{\pi}$
- 10)  $\infty$

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

*Часть 3 Исследование функции на непрерывность, определение точек разрыва*

1 вариант

Исследовать функцию на непрерывность, установить характер точек разрыва и сделать схематический чертеж:

$$а) f(x) = \arctg \frac{1}{x-5}; \quad б) f(x) = 5^{\frac{4}{x-1}}; \quad в) f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 1 \\ \frac{2}{x-1}, & x > 1. \end{cases}$$

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 45 минут

Все задания по 1 баллу. Итого 3 балла

Оценка «5» - выполнены верно все задания

Оценка «4» - выполнены верно каких-либо 2 задания из предложенных

Оценка «3» - выполнено верно одно любое задание

Оценка «2» - не выполнено ни одно из вышеперечисленных условий

Тема 7 Вычисление и применение производной

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 7. Составление уравнения касательной и нормали. Определение экстремумов функции. Вычисление наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке.

*Часть 1 Составление уравнения касательной и нормали*

1 вариант

- 1) Составить уравнения касательной и нормали к графику кривой  $y = \sqrt{\frac{6-x^2}{3}}$  в точке, абсцисса которой равна  $x_0 = -\sqrt{3}$
- 2) Составить уравнения касательной и нормали к графику функции  $y = f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{4}$  в точке  $x_0 = \pi$ .
- 3) Составить уравнения касательной и нормали к параболе  $f(x) = -2x - x^2$  в точке  $x_0 = -1$ .
- 4) Написать уравнение касательной и нормали к кривой  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2+9}$  в точке  $M_0\left(0; \frac{1}{9}\right)$ .
- 5) Найти уравнения касательной и нормали к графику функции  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  в точке  $(x_0; f(x_0)) = (1; 0)$
- 6) Найти уравнения касательной и нормали к кривой  $x^2 + 4xy^2 + y^2 - y - 12 = 0$  в точке  $M_0(2; 1)$ .
- 7) Найти уравнение нормали к линии  $x^2 - 4x + y^2 + 2 = 0$  в точке  $M_0(3; -1)$
- 8) Составить уравнения касательной и нормали к циклоиде  $x = t - \sin t, y = 1 - \cos t$ , проведенные в точке, для которой  $t_0 = \frac{\pi}{2}$ .
- 9) Составить уравнение нормали к полукубической параболе  $\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t^3 \end{cases}$ , проведенной в точке, для которой  $t_0 = 2$ .

Ответы:

- 1)  $k: x - \sqrt{3}y + 2\sqrt{3} = 0; n: \sqrt{3}x + y + 2 = 0$
- 2)  $k: x - 2y + 2 - \pi = 0, n: 2x + y - 1 - 2\pi = 0$
- 3)  $k: y - 1 = 0, n: x + 1 = 0$
- 4)  $k: 9y - 1 = 0, n: x = 0$
- 5)  $k: x - 1 = 0, n: y = 0$
- 6)  $k: 8x + 17y - 33 = 0, n: 17x - 8y - 26 = 0$
- 7)  $n: x + y - 2 = 0$
- 8)  $k: x - y + 2 - \frac{\pi}{2} = 0, n: x + y - \frac{\pi}{2} = 0$
- 9)  $n: x + 3y - 28 = 0$

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания, кроме последнего, оцениваются в 1 балл, задание №9 – 2 балла

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

*Часть 2 Определение экстремумов функции. Вычисление наибольшего и наименьшего значений функции на заданном отрезке*

1) Найдите экстремумы функции:

а)  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 5x - 1$

в)  $f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$

б)  $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$

г)  $f(x) = \frac{1-x^3}{3x}$

$$д) f(x) = \ln(x^2 + 2x - 2)$$

$$е) f(x) = \sqrt[3]{3x^2 - x^3}$$

2) Найдите наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке:

$$а) f(x) = 3x^4 - 12x^2 + 5, [-2; 1]$$

$$в) f(x) = \frac{x}{x^2+2}; \left[\frac{5}{4}; 4\right]$$

$$б) f(x) = x^2 \ln x, \left[\frac{1}{100}; 5\right]$$

$$г) f(x) = \sqrt[3]{x}(1+x), [-8; 0]$$

Ответы:

1) а) минимум функции:  $f(1) = -3\frac{1}{3}$ , максимум функции:  $f(5) = 7\frac{1}{3}$

б) максимум функции:  $f(-\sqrt{3}) = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , минимум функции:  $f(\sqrt{3}) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

в) минимум функции:  $f(6) = 13,5$ ,  $x = 0$  не является экстремумом.

г) максимум функции:  $f\left(-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}\right) = -\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$

д) экстремумы отсутствуют

е) минимум функции  $x = 0$ , максимум функции  $x = 2$

2) а)  $y_{\text{наиб}} = 5, y_{\text{наим}} = -7$

б)  $y_{\text{наиб}} = 25 \ln 5, y_{\text{наим}} = -\frac{1}{2e}$

в)  $y_{\text{наиб}} = \frac{\sqrt{2}}{4}, y_{\text{наим}} = \frac{2}{9}$

г)  $y_{\text{наиб}} = 14, y_{\text{наим}} = -\frac{3}{4 \cdot \sqrt[3]{4}}$

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 8. Применение производной к исследованию функции и для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах.

*Часть I Монотонность функции. Выпуклость и вогнутость. Точки перегиба*

1) Исследовать функцию на монотонность:

а)  $f(x) = 8x + \frac{x^4}{4}$

б)  $f(x) = x \ln x$

2) Найти интервалы выпуклости, вогнутости, точки перегиба:

а)  $f(x) = \frac{(x-1)^3}{4} + 2$

д)  $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$

б)  $f(x) = -\frac{1}{x}$

е)  $f(x) = \frac{x^4}{x^3+1}$

в)  $f(x) = x^2 e^x$

ж)  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$

г)  $f(x) = 1 + 4x^2 - \frac{2x^4}{3}$

з)  $f(x) = \arccos(x + 2)$

Ответы:

1)

а) функция убывает на интервале  $(-\infty; -2)$  и возрастает на интервале  $(-2; +\infty)$ .

б) функция убывает на интервале  $(0; e^{-1})$  и возрастает на интервале  $(e^{-1}; +\infty)$

2)

а) график функции выпукл на интервале  $(-\infty; 1)$  и вогнут на  $(1; +\infty)$ , в точке  $(1; 2)$  – перегиб графика.

б)  $f(x) = -\frac{1}{x}$  является вогнутым на интервале  $(-\infty; 0)$  и выпуклым на  $(0; +\infty)$ , точки перегиба отсутствуют.

в) график функции выпуклый на интервале  $(-2 - \sqrt{2}; -2 + \sqrt{2})$  и вогнутый на  $(-\infty; -2 - \sqrt{2}) \cup (-2 + \sqrt{2}; +\infty)$ . В точках  $x = -2 - \sqrt{2}, x = -2 + \sqrt{2}$  – перегибы графика.

г)  $f(x) = 1 + 4x^2 - \frac{2x^4}{3}$  является вогнутым на интервале  $(-1; 1)$  и выпуклым на  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ , точки перегиба:  $(-1; \frac{13}{3}), (1; \frac{13}{3})$ .

д) график функции выпуклый на  $(-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (0; 2\sqrt{3})$  и вогнутый на  $(-2\sqrt{3}; 0) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$ . В точках  $x = 0, x = \pm 2\sqrt{3}$  существуют перегибы графика.

е) интервалы выпуклости:  $(-\infty; -1) \cup (\sqrt[3]{2}; +\infty)$ ; интервал вогнутости:  $(-1; \sqrt[3]{2})$ ; точка перегиба:  $(\sqrt[3]{2}; \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2}}{3})$ .

ж)  $f(x)$  является выпуклым на  $(0; 1) \cup (e^2; +\infty)$  и вогнутым на  $(1; e^2)$ , в точке  $x = e^2$  – перегиб.

з) интервал вогнутости графика:  $(-3; -2)$ , выпуклости:  $(-2; -1)$ , точка перегиба:  $(-2; \frac{\pi}{2})$ .

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания оцениваются в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

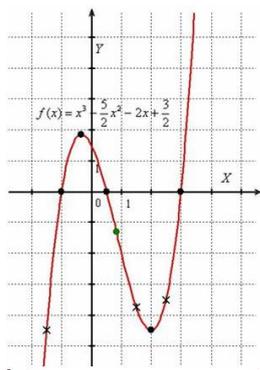
*Часть 2 Применение производной для построения графика функции*

1) Исследовать функцию  $y = x^3 - 2,5x^2 - 2x + 1,5$  и по результатам исследования построить график.

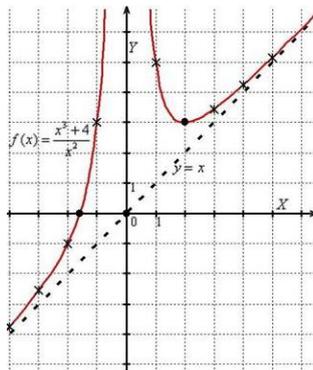
2) Методами дифференциального исчисления исследовать функцию  $y = \frac{x^3+4}{x^2}$  и на основании результатов исследования построить её график.

3) Провести полное исследование функции  $y = xe^{-x^2}$  и построить её график.

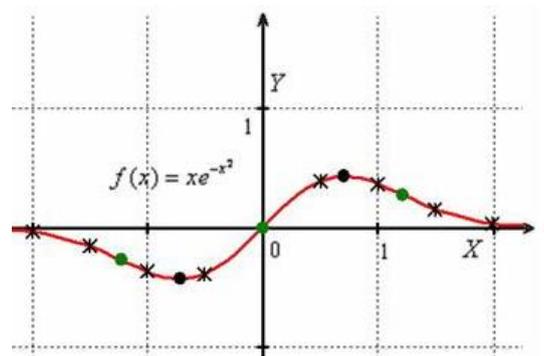
Ответы:



1)



2)



3)

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Все задания по 1 баллу. Итого 3 балла

Оценка «5» - выполнены верно все задания

Оценка «4» - выполнены верно каких-либо 2 задания из предложенных

Оценка «3» - выполнено верно одно любое задание

Оценка «2» - не выполнено ни одно из вышеперечисленных условий

### Часть 3 Экстремальные задачи с производной

1) Известно, что сумма двух положительных чисел равна 12. Какими должны быть эти числа, чтобы произведение их квадратов было максимальным?

2) Из куска проволоки длиной 30 см требуется согнуть прямоугольник наибольшей площади. Каковы размеры этого прямоугольника?

3) На странице книги печатный текст должен занимать (вместе с промежутками между строк)  $192 \text{ см}^2$ . Верхнее и нижнее поля занимают по 4 см, левое и правое – по 3 см. Если принимать во внимание только экономию бумаги, то каковы должны быть наиболее выгодные размеры страницы?

4) В полукруг радиуса  $R$  вписать прямоугольник наибольшего периметра

5) Определите размеры открытого бассейна объемом  $V = 32 \text{ м}^3$ , имеющего форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным дном, на облицовку стен и дна которого уйдет наименьшее количество материала.

6) Каковы должны быть размеры консервной банки цилиндрической формы, чтобы на её изготовление пошло наименьшее количество материала, если объем банки 0,5 литра?

7) Прямоугольный лист картона имеет размеры  $8 \times 5 = 40 \text{ дм}^2$ . Требуется вырезать по его углам такие квадраты, чтобы после загибания оставшихся кромок получилась коробка наибольшей вместимости.

Ответы:

1) 6 и 6

2) квадрат со стороной 7,5 см

3) ширина = 18 см, высота = 24 см

4) длина =  $0,8\sqrt{5}$  м, ширина =  $0,2\sqrt{5}$  м

5) сторона = 4 м, глубина = 2 м

6) радиус =  $5 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$  см, высота =  $\frac{20}{\sqrt[3]{4\pi}}$  см

7) высота 1 дм, длина = 6 дм, ширина = 3 дм

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Каждое задание оценивается в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
100%	7	5 (отлично)
71-99%	5-6	4 (хорошо)
57-70%	4	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	3 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Тема 8 Неопределенный интеграл

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 9. Вычисление неопределённых интегралов методом замены переменных и с помощью интегрирования по частям.

*Часть 1 Метод замены в неопределённом интеграле*

**Вычислить интегралы, используя метод замены переменной:**

*1 уровень*

а)  $\int e^{x^4} x^3 dx$ ;      б)  $\int x \operatorname{tg} x^2 dx$ ;      в)  $\int 7^{\cos x} \sin x dx$ .

*2 уровень*

а)  $\int \frac{\operatorname{ch} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ ;      б)  $\int \frac{x dx}{(1+x^2)^5}$ ;      в)  $\int \frac{\sqrt{\ln^3 x}}{x} dx$ .

*3 уровень*

а)  $\int \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sin^2 x} dx$ ;      б)  $\int \frac{x^5 + 2 \ln x}{4x} dx$ ;      в)  $\int \frac{7x - \sqrt{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$ .

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Оценка «5» - выполнены верно все задания всех трех уровней

Оценка «4» - выполнены верно каких-либо 2 уровня из предложенных либо в № 3 допущены ошибки

Оценка «3» - выполнен верно один уровень

Оценка «2» - не выполнено ни одно из вышеперечисленных условий

*Часть 2 Интегрирование по частям*

**Вычислить интегралы, используя метод интегрирования по частям:**

*1 уровень*

а)  $\int x7^x dx$ ;                      б)  $\int 2x \sin x dx$ ;    в)  $\int \ln 2x dx$ .

*2 уровень*

а)  $\int (x - 4)e^{7x} dx$ ;    б)  $\int x^7 \ln x dx$ ;    в)  $\int \operatorname{arccotg} \sqrt{7x - 1} dx$ .

*3 уровень*

а)  $\int 7^x \sin x dx$ ;    б)  $\int (1 - x^2) \cos 5x dx$ ;    в)  $\int \ln^2(7 - x) dx$ .

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Оценка «5» - выполнены верно все задания всех трех уровней

Оценка «4» - выполнены верно каких-либо 2 уровня из предложенных либо в № 3 допущены ошибки

Оценка «3» - выполнен верно один уровень

Оценка «2» - не выполнено ни одно из вышеперечисленных условий

Тема 9 Определенный интеграл. Вычисление площадей плоских фигур

*Часть 1 Площадь криволинейной трапеции*

1) Вычислить определенный интеграл

а)  $\int_{-9}^{-6} \cos\left(\frac{x}{3} + 12\right) dx$ ;    б)  $\int_1^{\sqrt{3/2}} 4x \cos(2x^2 - 1) dx$ ;    в)  $\int_0^1 x e^x dx$ .

2) Вычислить площадь криволинейной трапеции:

$$y = -2x^2 + 9x - 6, y = 5x^2 - 19x + 15;$$

$$y = \frac{x + 4}{2x - 1}, x + y - 6 = 0;$$

$$y = \frac{1}{4}(3x^2 - 17x + 18), \quad x - 4y + 3 = 0;$$

$$x - 1 = 0, \quad x + 4y - 29 = 0, \quad 5x - 4y - 1 = 0;$$

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Каждое задание оценивается в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
100%	7	5 (отлично)
71-99%	5-6	4 (хорошо)
57-70%	4	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	3 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Часть 2 Объем тела вращения

Вычислить объемы тел, образованных вращением

- 1) Прямой  $y = 6 - 2x$ ,  $0 \leq x \leq 3$ , вокруг оси  $Ox$ .
- 2) Фигуры, ограниченной линиями  $y = -x^2 + 5x - 6$ ,  $y = 0$ , вокруг оси  $Ox$ .
- 3) Фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x - x^2$ ,  $y = -x + 2$ , вокруг оси  $Ox$ .
- 4) Фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x^2$ ,  $y = x^3$ , вокруг оси  $Ox$ .
- 5) Фигуры, ограниченной линиями  $y = 3 \sin x$ ,  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ , вокруг оси  $Ox$ .
- 6) Фигуры, ограниченной линиями  $y = \ln x$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ , вокруг оси  $Ox$ .
- 7) Фигуры, ограниченной линиями  $xu = 6$ ,  $y = 1$ ,  $y = 6$ ,  $x = 0$ , вокруг оси  $Oy$ .

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Каждое задание оценивается в 1 балл

Критерий	Баллы	Оценка
100%	7	5 (отлично)
71-99%	5-6	4 (хорошо)
57-70%	4	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	3 и менее	2 (неудовлетворительно)

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. № 11. Вычисление вероятностей сложных событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формула Бернулли.

*Часть 1 Теоремы о вероятностях*

1 вариант

1. Магазин получил продукцию в ящиках с четырех оптовых складов: четыре с 1-го, пять со 2-го, семь с 3-го и четыре с 4-го. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик с первого или третьего склада.
2. В коробке 10 красных и 6 синих светодиодов. Наудачу извлекаются две штуки. Какова вероятность того, что они будут одноцветными?
3. В каждом из трех ящиков имеется по 10 деталей. В первом ящике 8 стандартных деталей, во втором – 7, в третьем – 9. Из каждого ящика наудачу извлекают по одной детали. Найти вероятность того, что все детали окажутся стандартными.
4. Два стрелка сделали по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания для первого стрелка равна 0,8, для второго – 0,6. Найти вероятность того, что:  
а) только один стрелок попадет в мишень;  
б) хотя бы один из стрелков попадет в мишень.

Ответы: 1. 0,55    2. 0,5    3. 0,504    4. а) 0,44    б) 0,92

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 45 минут

Задания №№ 1-3 по 1 баллу, задание № 4 - 2 балла. Итого 5 баллов

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	5	5 (отлично)
70-89%	4	4 (хорошо)
60-69%	3	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	менее 3	2 (неудовлетворительно)

*Часть 2 Полная вероятность. Формула Бернулли*

Формула полной вероятности:

- 1) Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся 4 белых и 7 черных шаров, во второй – только белые и в третьей – только черные шары. Наудачу выбирается одна урна и из неё наугад извлекается шар. Какова вероятность того, что этот шар чёрный?
- 2) В пирамиде 5 винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом,

равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок производит один выстрел из наудачу взятой винтовки.

3) Двигатель работает в трёх режимах: нормальном, форсированном и на холостом ходу. В режиме холостого хода вероятность его выхода из строя равна 0,05, при нормальном режиме работы – 0,1, а при форсированном – 0,7. 70% времени двигатель работает в нормальном режиме, а 20% – в форсированном. Какова вероятность выхода из строя двигателя во время работы?

4) В тире имеются 5 различных по точности боя винтовок. Вероятности попадания в мишень для данного стрелка соответственно равны 0,5; 0,55; 0,7; 0,75 и 0,4. Чему равна вероятность попадания в мишень, если стрелок делает один выстрел из случайно выбранной винтовки?

Формула Бернулли:

5) Стрелок совершает 4 выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле постоянна и равна  $p$ . Найти вероятность того, что:

а) стрелок попадёт только один раз;

б) стрелок попадёт 2 раза.

6) Найти вероятность того, что при 10 бросках монеты орёл выпадет 3 раза.

7) Игральную кость бросают 6 раз. Найти вероятность того, что 5 очков:

а) не выпадут (*выпадут 0 раз*);

б) выпадут 2 раза;

в) выпадут 5 раз.

Ответы:

1)  $\frac{6}{11}$     2) 0,85    3) 0,215    4) 0,58    5) а)  $4pq^3$ ; б)  $6p^2q^2$

6)  $\frac{15}{126}$     7) а)  $\approx 0,3349$ ; б)  $\approx 0,2009$ ; в)  $\approx 0,0006$

### Система оценивания

Работа рассчитана на 90 минут

Задания №№ 1-4,6 оцениваются по 1 баллу, задание №5 – 2 балла, задание №7 – 3 балла

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)
70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	5 и менее	2 (неудовлетворительно)

### Тема 11 Основы математической статистики

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 12. Составление статистического распределения выборки, построение полигона и гистограммы.

1) Студенческая группа сдала коллоквиум по матанализу со следующими результатами:

$x_i$	2	3	4	5
$N_i$	5	10	7	3

Требуется определить среднюю успеваемость группы

2) а) Урожайность картофеля по трём областям за \*\*\*\* год составила 147, 145, 155 ц/га (центнеров с га). Требуется вычислить среднюю урожайность.

б) Известны следующие данные по трём областям:

Область	Общая посевная площадь, тыс. га	Урожайность, ц/га
А	139,80	147
Б	102,34	145
В	63,29	155

Требуется вычислить среднюю урожайность.

в) вычислить среднюю урожайность по следующим данным:

Область	Валовой сбор картофеля, тыс. тонн	Урожайность, ц/га
А	2055	147
Б	1484	145
В	981	155

«Валовой» – это значит, всего собрано по области.

3) По результатам выборочного исследования рабочих цеха были установлены их квалификационные разряды: 4, 5, 6, 4, 4, 2, 3, 5, 4, 4, 5, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 2, 3, 6, 5, 4, 6, 4, 3.

Требуется:

- составить вариационный ряд и построить *полигон частот*;
- найти относительные частоты и построить *эмпирическую функцию распределения*.

Ответы:

1) 3,32

2) а) 149; б)  $\approx 147,99$ ; в)  $\approx 147,99$

### Система оценивания

Работа рассчитана на 45 минут

Задания №№ 1, 2а), 2б), 2в), 3 – 1 балл. Итого 5 баллов

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	5	5 (отлично)
70-89%	4	4 (хорошо)
60-69%	3	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	менее 3	2 (неудовлетворительно)

Часть 2 Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение. Коэффициент вариации

- 1) В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть  $X$  – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины  $X$ .
- 2) На пути движения автомашины 4 светофора, каждый из которых запрещает дальнейшее движение автомашины с вероятностью 0,5. Найти ряд распределения числа светофоров, пройденных машиной до первой остановки.
- 3) В магазине продаются 5 отечественных и 3 импортных телевизора. Составить закон распределения случайной величины – числа импортных из четырех наудачу выбранных телевизоров.
- 4) Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

- 5) Случайная величина  $X$  задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины  $X$ .

- 6) Случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии  $D(X)$  и  $D(Y)$ . Убедиться, что  $D(X) > D(Y)$ .

$X$	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

$Y$	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Ответы:

**Система оценивания**

Работа рассчитана на 90 минут

Задания №№ 1-5 оцениваются в 1 балл, задание № 6 – 2 балла. Итого 7 баллов

Критерий	Баллы	Оценка
100%	7	5 (отлично)
71-99%	5-6	4 (хорошо)
57-70%	4	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	3 и менее	2 (неудовлетворительно)

### 4.3 Комплект контрольно-оценочных средств для промежуточного контроля по учебной дисциплине «Математика»

#### Пояснительная записка

Дифференцированный зачет представляет из себя письменную работу (тест) по следующим темам:

1. Линейная алгебра
2. Векторная алгебра
3. Аналитическая геометрия
4. Комплексные числа
5. Теория пределов функции
6. Дифференциальное исчисление
7. Интегральное исчисление
8. Обыкновенные дифференциальные уравнения
9. Теория вероятностей
10. Теория множеств

#### Примерная работа:

1. Решить матричное уравнение:  $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} \times X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$
2. Сила  $F = (2; 2; 9)$  приложения к точке  $A(4; 2; -3)$ . Вычислить величину и направляющие косинусы момента  $M$  этой силы относительно точки  $B(2; 4; 0)$ .
3. Составьте каноническое уравнение прямой, проходящей через точку  $A$  перпендикулярно плоскости  $\alpha$ .  
 $A(1; 2; 3), \alpha: 3x - 2y - z - 3 = 0$ .
4. Данные числа представить в алгебраической форме и найти их утроенную сумму:  $z_1 = \sqrt{2} \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right); z_2 = 3e^{\frac{\pi}{2}i}$
5. Вычислить предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x-4} \right)^{4-3x}$
6. Вычислить производную функции  $y = \arctg(x - \sqrt{1+x^2})$
7. Найти определенный интеграл:  $\int_8^{27} \left( \sqrt[3]{x} + \frac{4}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$
8. Решить задачу Коши:  $(x+1)y' = y, y(1) = 17$
9. Для сигнализации о возгорании установлены два независимо работающих датчика. Вероятности того, что при возгорании датчик сработает, для первого и второго датчиков соответственно равны 0,5 и 0,7. Найти вероятность того, что при пожаре оба датчика откажут.
10. На одну специальность в одном из ВУЗов поступало 120 человек. Абитуриенты сдавали три экзамена: по математике, по информатике и русскому языку. Математику сдали 60 человек, информатику - 40. 30 абитуриентов сдали математику и информатику, 30 - математику и русский язык, 25 - информатику и русский язык. 20 человек сдали все три экзамена, а 50 человек - провалили. Сколько абитуриентов сдали русский язык?

### Система оценивания

Работа рассчитана на 60-70 минут

Все задания по 1 баллу. Итого 10 баллов

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	<b>5 (отлично)</b>
70-89%	7-8	<b>4 (хорошо)</b>
60-69%	6	<b>3 (удовлетворительно)</b>
менее чем на 60%	менее 6	<b>2 (неудовлетворительно)</b>

#### 4.4 Комплект контрольно-оценочных средств для контроля остаточных по учебной дисциплине «Математика»

##### Вариант 1

1. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ . Найдите определитель матрицы  $|A + B|$ .

а) 26 б) -6 в) 6 г) 9

2. Вычислите:  $\frac{1}{1+2i} + \frac{i}{2-i}$

а)  $\frac{4}{4+3i}$  б)  $-\frac{4i}{3}$  в) 0 г)  $\frac{4}{3i}$

3. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 15}$

а) 0,75 б) 0 в)  $\frac{4}{3}$  г) 1

4. Найдите производную функции  $f(x) = x(x^2 - 4)$

а)  $f'(x) = 3x^2 - 4$  б)  $f'(x) = 2x$  в)  $f'(x) = x^3 - 4x$  г)  $f'(x) = 3x^2$

5. Найдите производную функции  $f(x) = x^4 \sin 2x$

а)  $f'(x) = 4x^3 \sin 2x + x^4 \cos 2x$  б)  $f'(x) = 4x^3 \sin 2x + 2x^4 \cos 2x$

в)  $f'(x) = 8x^3 \cos 2x$  г)  $f'(x) = 4x^3 \sin 2x - 2x^4 \cos 2x$

6. Найдите точки экстремума функции  $f(x) = 4 + 8x^2 - x^4$

а) -2; 2 б) -2; 0 и 2 в) 0 г) 4; 20

7. Для функции  $f(x) = 3x^2 - 6x$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $M(2; 5)$

а)  $F(x) = x^3 - 3x^2$  б)  $F(x) = x^3 - 3x^2 + 9$  в)  $F(x) = 9$  г)  $F(x) = 6x - 6$

8. Даны множества:  $A = \{1; 2; 3\}$  и  $B = \{2; 4; 6\}$ . Найдите: а)  $A \cup B$  б)  $A \cap B$

9. Два станка работают независимо друг от друга. Вероятность бесперебойной работы первого станка в течение некоторого времени  $t$  равна **0,9**, второго – **0,8**. Какова вероятность бесперебойной работы обоих станков в течении указанного времени?

10. Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:  $xуу' = 1$

Вариант 2

- Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ . Найдите определитель матрицы  $|A + B|$ .  
а) -2 б) 1 в) 18 г) 2
- Вычислите:  $\frac{i}{3-i} + \frac{1}{1+3i}$   
а)  $\frac{9-12i}{25}$  б)  $-\frac{3i}{4}$  в)  $\frac{3}{3+4i}$  г) 0
- Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2-16}{x^2+10x+24}$   
а) -4 б) 4 в) 0 г) 1
- Найдите производную функции  $f(x) = x^2(x + 5)$   
а)  $f'(x) = 2x$  б)  $f'(x) = x^3 + 2x^2$  в)  $f'(x) = 3x^2 + 10x$  г)  $f'(x) = 3x^2$
- Найдите производную функции  $f(x) = x^5 \cos 3x$   
а)  $f'(x) = -15x^4 \sin 3x$  б)  $f'(x) = 5x^4 \cos 3x - 3x^5 \sin 3x$   
в)  $f'(x) = 5x^4 \cos 3x + 3x^5 \sin 3x$  г)  $f'(x) = 5x^4 \cos 3x - x^5 \sin 3x$
- Найдите точки экстремума функции  $f(x) = 1 - 2x^2 - x^4$   
а) -1; 1 б) 0 в) 1 и 2 г) -1; 0 и 1
- Для функции  $f(x) = x - 4x^3$  найдите первообразную, график которой проходит через точку  $N(2; -8)$   
а)  $F(x) = 6$  б)  $F(x) = x - 12x^2 + 38$  в)  $F(x) = \frac{x^2}{2} - x^4$  г)  $F(x) = \frac{x^2}{2} - x^4 + 6$
- Даны множества:  $A = \{5; 7; 9\}$  и  $B = \{7; 8; 9\}$ . Найдите: а)  $A \cup B$  б)  $A \cap B$
- Два спортсмена стреляют по мишеням независимо друг от друга. Вероятность попадания в мишень у первого стрелка равна **0,8**, у второго – **0,75**. Какова вероятность попадания в мишень обоих стрелков?
- Найдите общий интеграл дифференциального уравнения с разделяющимися переменными:  $y' = xy$

Работа состоит из 10 заданий, среди которых представлены: 7 заданий с выбором ответа и 3 задания со свободным ответом

Работа рассчитана на 45 минут.

Ключ к тесту:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 вариант	в	в	а	а	б	б	б	а) {1,2,3,4,6} б) {2}	0,72	$\frac{y^2}{2}$ $= \ln x  + C$
2 вариант	а	з	а	в	б	з	з	а) {5,7,8,9} б) {7,9}	0,6	$\ln y  = \frac{x^2}{2}$ $+ C$

**Система оценивания**

Все задания оцениваются в 1 балл. Итого 10 баллов

Критерий	Баллы	Оценка
90-100%	9-10	5 (отлично)

70-89%	7-8	4 (хорошо)
60-69%	6	3 (удовлетворительно)
менее чем на 60%	менее 6	2 (неудовлетворительно)